

zugehörige Seiten in Fahrmeir et al. (2007): Kap. 2.2.1

### Aufgabe 14

Eine Gruppe von 16 Personen werde nach dem individuellen Monatseinkommen befragt. Man stelle sich folgende Antworten vor:

3300, 9000, 2700, 6500, 3600, 1500, 1100, 1500,  
1100, 2100, 1800, 2800, 1800, 4600, 3200, 2600.

- (a) Geben Sie arithmetisches Mittel sowie den Median an.
- (b) Zeichnen Sie die zugehörige empirische Verteilungsfunktion.
- (c) Um welchen Typ von Verteilung handelt es sich hier vermutlich (symmetrisch, links- oder rechtssteil)? Begründen Sie Ihre Antwort.

**Benutzen Sie für a) und b) die Software R!**

### Aufgabe 15

Bestimmen Sie zu gegebenen reellen Werten  $x_1, \dots, x_n$  diejenigen Werte  $\mu$  und  $m$ , die folgende Ausdrücke minimieren:

$$h(\mu) = \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2, \quad h(m) = \sum_{i=1}^n |x_i - m|.$$

### Aufgabe 16

Beweisen Sie folgende Aussagen:

- (a) Die Summe der Abweichungen der Daten vom arithmetischen Mittel ist null (Schwerpunkteigenschaft):

$$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) = 0.$$

- (b) Für die Varianz bei Schichtenbildung gilt die folgende **Streuungszerlegung**:

$$\tilde{s}^2 = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^r n_j \tilde{s}_j^2 + \frac{1}{n} \sum_{j=1}^r n_j (\bar{x}_j - \bar{x})^2,$$

wobei

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^r n_j \bar{x}_j,$$

das arithmetische Gesamtmittel bei Schichtenbildung mit  $r$  Schichten mit den Umfängen  $n_1, \dots, n_r$  und arithmetischen Mitteln  $\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_r$  ist,  $n = n_1 + \dots + n_r$  gilt und

$$\tilde{s}_j^2 = \frac{1}{n_j} \sum_{i=n_0+\dots+n_{j-1}+1}^{n_1+\dots+n_j} (x_i - \bar{x}_j)^2$$

die zugehörigen Schichtvarianzen bezeichnet und  $n_0 := 0$ .

### Aufgabe 17

Die Fachzeitschrift „Mein Radio und ich“ startet alljährlich in der Weihnachtswoche eine Umfrage zu den Hörergewohnheiten ihrer Leser. Zur Beantwortung der Frage „Wieviele Stunden hörten Sie gestern Radio?“ konnten die Teilnehmer zehn Kategorien ankreuzen. In den Jahren 1960, 1980 und 2000 erhielt die Redaktion folgende Antworten:

Stunden	[0,1)	[1,2)	[2,3)	[3,4)	[4,5)	[5,6)	[6,7)	[7,8)	[8,9)	[9,10)	$\Sigma$
Anzahl 1960	5	3	10	9	13	18	21	27	12	3	$n_1 = 121$
Anzahl 1980	6	7	5	20	29	27	13	5	3	2	$n_2 = 117$
Anzahl 2000	35	24	13	8	9	4	2	1	0	1	$n_3 = 97$

- (a) Bestimmen Sie aus den gruppierten Daten die Lagemaße arithmetisches Mittel, Modus und Median.
- (b) Wie drücken sich die geänderten Hörgewohnheiten durch die drei unter (a) berechneten Lagemaße aus?

### Aufgabe 18

Der kleine Nils Holgersson und die Wildgänse haben sich vorgenommen, die Strecke zwischen Malmö und Stockholm (Länge: 418 km) in 8 Stunden zurückzulegen. Die ersten 180 km schaffen sie mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 48 km/h. Da die Wildgänse allmählich müde werden erreichen sie auf den nächsten 117 km nur noch 37 km/h. Auf der letzten Strecke hingegen feuert Nils seine Reisegefährten noch einmal an, so dass sie auf diesem Teilstück auf eine Durchschnittsreisegeschwindigkeit von 52 km/h kommen.

- (a) Berechnen Sie die Durchschnittsgeschwindigkeit über die gesamte Strecke von 418 km.
- (b) Schaffen die Wildgänse die Strecke innerhalb der 8 Stunden?

### Aufgabe 19\* (8 Punkte)

Die bayerische Bäckerei „Backstube“ eröffnete im Jahre 2005 eine Zweigstelle in Augsburg, die ihren Umsatz von Jahr zu Jahr steigern konnte:

Jahr	2005	2006	2007	2008	2009
Umsatz (in Euro)	510 000	530 700	590 200	640 800	

- (a) Ermitteln Sie den durchschnittlichen Umsatz für die Jahre 2005-2009, wobei angenommen werden soll, dass der Umsatz 2009 noch einmal um 10 Prozent im Vergleich zum Vorjahr gesteigert werden konnte.
- (b) Berechnen Sie ein geeignetes Mittel für die Wachstumsfaktoren.

### Aufgabe 20\* (8 Punkte)

Xaver, Max, Urs, Tim und Peter wohnen alle in der Schlossallee und wollen sich abends bei einem von ihnen daheim zur Sportschau treffen. Angesichts der hohen Benzinpreise entschliessen sie sich, dass dabei der von allen zusammen zurückgelegte Weg (die Summe der Distanzen) minimiert werden soll. Xaver wohnt 50 Meter vom Schloss entfernt, Max 70 Meter, Tim 200 Meter und Urs und Peter wohnen gegenüber von einander mit je 100 Metern Abstand zum Schloss (Orientierungspunkt auf der x-Achse).

- (a) Bei wem zuhause sollen sie sich treffen? Formulieren Sie dazu zunächst die zu minimierende Funktion. Überlegen Sie sich, welche Größe die Funktion minimiert (ohne formale Herleitung!). Ist das Ergebnis eindeutig?
- (b) Klaus, der im Schloss wohnt, möchte sich dem Treffen anschliessen. Ändert sich der Treffpunkt?